

Spécial
Bac

Tle

Nouveau
BAC

61 fiches
pour réussir !

Maths

Spécialité + Maths expertes

● Cours ultra-visuels

● Exercices commentés

● Schémas-bilans

→ Quiz de mémorisation active

→ Préparation au Grand Oral

MAGNARD

Sommaire

L'enseignement de spécialité	5
------------------------------------	---

ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Géométrie

Vecteurs, droites et plans de l'espace	
FICHE 1	Vecteurs et translations 7
FICHE 2	Droites et plans de l'espace 9
FICHE 3	Représentations paramétriques d'une droite 11
FICHE 4	MÉTHODE Droites et plans orthogonaux 13
FICHE 5	BILAN 15

Produit scalaire et orthogonalité	
FICHE 6	Produit scalaire 17
FICHE 7	Équations cartésiennes de plans 19
FICHE 8	Projection orthogonale 21
FICHE 9	MÉTHODE Équations cartésiennes d'un plan passant par trois points 23
FICHE 10	BILAN 25

Analyse

Suites	
FICHE 11	Raisonnement par récurrence 27
FICHE 12	Limites des suites 29
FICHE 13	Convergence et divergence des suites 31
FICHE 14	MÉTHODE Tout sur les suites 33
FICHE 15	BILAN 35

Limites de fonctions	
FICHE 16	Limites et asymptotes 37
FICHE 17	Détermination des limites 39
FICHE 18	MÉTHODE Limites d'une fraction rationnelle 41
FICHE 19	BILAN 43

Continuité et dérivation	
FICHE 20	Dérivées de fonctions composées 45
FICHE 21	Convexité, concavité et inflexion 47
FICHE 22	Continuité et (in)équations 49
FICHE 23	MÉTHODE Déterminer la solution de $f(x) = x$ 51
FICHE 24	BILAN 53

Logarithme népérien	
FICHE 25	Définition et propriétés du logarithme népérien 55
FICHE 26	Logarithme, (in)équations et limites 57
FICHE 27	MÉTHODE Étude d'une fonction avec un logarithme 59
FICHE 28	BILAN 61

Primitives et équations différentielles		
FICHE 29	Équations différentielles	63
FICHE 30	Primitives usuelles	65
FICHE 31	BILAN	67

Calcul intégral		
FICHE 32	Intégrale : introduction	69
FICHE 33	Propriétés de l'intégrale et intégration par parties	71
FICHE 34	Calculs d'aires et valeur moyenne	73
FICHE 35	MÉTHODE La méthode de Monte-Carlo pour calculer une intégrale	75
FICHE 36	BILAN	77

Dénombrement et probabilités		
FICHE 37	Dénombrement	79
FICHE 38	Schéma de Bernoulli et loi binomiale	81
FICHE 39	Somme de deux variables indépendantes	83
FICHE 40	Inégalité de Bienaymé-Tchebychev et loi des grands nombres	85
FICHE 41	BILAN	87
FICHE 42	Préparation au Grand Oral	89

OPTION MATHS EXPERTES

Nombres complexes		
FICHE 43	Forme algébrique et calculs	91
FICHE 44	Module, argument et trigonométrie	93
FICHE 45	Géométrie et forme exponentielle	95
FICHE 46	Polynômes dans $\mathbb{C}$	97
FICHE 47	BILAN	99

Arithmétique		
FICHE 48	Divisibilité et congruences	101
FICHE 49	PGCD et applications	103
FICHE 50	Nombres premiers	105
FICHE 51	MÉTHODE Résolution d'un système et programmation	107
FICHE 52	BILAN	109

Matrices		
FICHE 53	Éléments de base des matrices	111
FICHE 54	Multiplication de matrices	113
FICHE 55	Matrice inverse	115
FICHE 56	MÉTHODE Opérations sur les matrices et récurrence	117
FICHE 57	BILAN	119

Graphes		
FICHE 58	Introduction aux graphes	121
FICHE 59	Matrices de graphes et graphes étiquetés	123
FICHE 60	Graphes probabilistes	125
FICHE 61	BILAN	127

L'enseignement de spécialité

I Les différents parcours

- **Cas 1** : j'ai fait des Mathématiques en spécialité en première et en terminale, et j'ai choisi l'option Maths expertes en terminale. Je passe donc l'épreuve finale de spécialité à la rentrée des vacances de printemps, de coefficient 16 (sur 100). Mon option maths expertes est prise en compte, comme toute option.

En terminale, comme en première, toutes les notes portées sur mes bulletins scolaires sont prises en compte, y compris celles obtenues dans les options. On en fait une moyenne pour chaque année qui a un coefficient 5 (sur 100) en terminale, comme en première.

- **Cas 2** : j'ai fait des Mathématiques en spécialité en première et en terminale mais je n'ai pas choisi l'option Maths expertes en terminale. Je passe donc l'épreuve finale de spécialité à la rentrée des vacances de printemps, de coefficient 16 (sur 100).

II L'épreuve finale de spécialité

- L'épreuve dure 4 heures, se déroule à la rentrée des vacances de printemps, et comporte de trois à cinq exercices indépendants portant sur le programme de spécialité, avec les restrictions énoncées ci-dessous. Chaque exercice est noté entre 4 et 8 points. Les en-têtes des sujets indiqueront si les calculatrices en mode examen sont autorisées.

- L'épreuve de spécialité ne pourra pas porter sur les thèmes suivants : fonctions sinus et cosinus, calcul intégral, concentration, loi des grands nombres. La combinatoire et le dénombrement ne peuvent constituer le ressort essentiel d'un exercice mais peuvent être sollicités pour la résolution de questions.

III L'oral de rattrapage

- **Principe**

Si, après toutes les épreuves écrites, vous avez obtenu une moyenne au moins égale à 8/20 et strictement inférieure à 10/20, vous pouvez demander à passer un oral de rattrapage.

- **Choix de la discipline**

Vous choisissez alors deux disciplines parmi celles que vous avez passées à l'écrit, y compris les épreuves anticipées. Pour chacune des deux disciplines choisies, seule la meilleure des deux notes obtenues à l'écrit et à l'oral de rattrapage est prise en compte.

- **Calcul de la note**

À l'issue de ces oraux, on effectue donc un nouveau calcul de votre moyenne. Si celle-ci est strictement inférieure à 10/20, vous êtes refusé et recevez un certificat de fin d'études secondaires (C.F.E.S.). Si votre nouvelle moyenne est supérieure ou égale à 10/20, vous obtenez votre bac ! Toutefois vous ne pouvez pas obtenir de mention, car celle-ci ne peut être attribuée qu'aux candidats reçus au terme des épreuves écrites.

- **Pour la spécialité Mathématiques**

Si vous avez choisi la spécialité Mathématiques à l'oral, l'examineur vous propose au moins **deux questions** portant sur des parties différentes du programme de spécialité de **terminale**.

- **Déroulé de l'épreuve**

Vous avez droit à un temps de **préparation** de 20 minutes, au cours duquel vous pourrez vous servir de votre calculatrice dans les conditions habituelles de son utilisation. Durant l'**entretien** (qui dure 20 minutes également), vous pouvez consulter les notes que vous aurez prises pendant la préparation.

Les conditions matérielles (en particulier la présence d'un tableau) et les énoncés des questions posées doivent être adaptés aux modalités orales de cette épreuve.

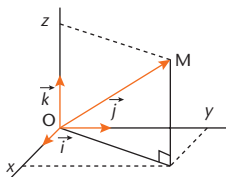
Vecteurs et translations

I Repères de l'espace

1. Introduction

• **Définition :** un **repère de l'espace** est un quadruplet constitué d'un point et de trois vecteurs non coplanaires, par exemple $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

• Pour tout point M de l'espace, il existe trois **nombre**s **uniques** x, y et z tels que $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.



• x, y et z sont respectivement l'abscisse, l'ordonnée et la cote de M ou du vecteur $\vec{OM}$.

• Si les trois vecteurs sont deux à deux orthogonaux et de même longueur, on dit que le repère est **orthonormé**.

• Sur la figure, les segments en pointillés sont perpendiculaires aux axes.

• D'après l'unicité de x, y et z , deux vecteurs sont égaux, si et seulement si, ils ont les mêmes coordonnées dans un même repère.

Pour aller plus loin : rechercher les principes du calcul vectoriel à trois dimensions dans les œuvres de Maxwell, Gibbs, Heaviside.

Le **vecteur nul** est le vecteur dont les coordonnées sont toutes égales à 0 ; il se note $\vec{0}$.

2. Formules

• On donne un repère quelconque de l'espace et les points $A(x_A, y_A, z_A)$, $B(x_B, y_B, z_B)$ dont le milieu est I et deux vecteurs

$\vec{u}(x; y; z)$ et $\vec{u}'(x'; y'; z')$: $\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$;

$I\left(\frac{x_B + x_A}{2}; \frac{y_B + y_A}{2}; \frac{z_B + z_A}{2}\right)$; $\vec{u} + \vec{u}'(x + x'; y + y'; z + z')$

et $\alpha\vec{u}(\alpha x; \alpha y; \alpha z)$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$.

• Translation : la translation t de vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ transforme un point

$M(x, y, z)$ en un point $M'(x', y', z')$ tel que $\vec{MM'} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \\ z' = z + c \end{cases}$

• On remarque que ces formules généralisent celles que l'on a déjà vues dans le plan.

II Application

• **Énoncé type :** dans l'espace muni d'un repère, on donne trois points $A(2; 3; -1)$, $B(-1, 2, 0)$ et $C(1, -4, 2)$. À tout point $M(x, y, z)$, on associe le vecteur $\vec{u} = 2\vec{MA} - 3\vec{MB} + 5\vec{MC}$.

1. Exprimer les coordonnées de $\vec{MA}$, $\vec{MB}$, $\vec{MC}$ en fonction de celles de M.
2. Exprimer les coordonnées de $\vec{u}$ en fonction de celles de M.
3. Démontrer qu'il existe un unique point M tel que $\vec{u} = \vec{0}$. On note G ce point.
4. Exprimer $\vec{u}$ en fonction de $\vec{MG}$.

• **Réponses : 1.** On a successivement $\vec{MA} = \begin{pmatrix} 2-x \\ 3-y \\ -1-z \end{pmatrix}$, $\vec{MB} = \begin{pmatrix} -1-x \\ 2-y \\ -z \end{pmatrix}$,

$$\vec{MC} = \begin{pmatrix} 1-x \\ -4-y \\ 2-z \end{pmatrix}.$$

2. Les coordonnées de $\vec{u}$ se calculent ainsi :

$$\begin{pmatrix} 4-2x \\ 6-2y \\ -2-2z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3+3x \\ -6+3y \\ 3z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5-5x \\ -20-5y \\ 10-5z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12-4x \\ -20-4y \\ 8-4z \end{pmatrix}.$$

3. On déduit de la question précédente que $\vec{u} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 12-4x=0 \\ -20-4y=0, \\ 8-4z=0 \end{cases}$

c'est-à-dire $x=3$; $y=-5$ et $z=2$. On vient donc de démontrer qu'il existe un unique point M tel que $\vec{u} = \vec{0}$ et que les coordonnées de ce point sont $(3; -5; 2)$.

4. On constate que $\begin{pmatrix} 12-4x \\ -20-4y \\ 8-4z \end{pmatrix} = 4 \begin{pmatrix} 3-x \\ -5-y \\ 2-z \end{pmatrix}$. Or $\begin{pmatrix} 3-x \\ -5-y \\ 2-z \end{pmatrix}$ sont

les coordonnées de $\vec{MG}$. Par conséquent, $\vec{u} = 4\vec{MG}$.



QUIZ-Mémorisation active

Questions	Réponses
Dans le cube d'arête 1, comment calculer simplement $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{BD}$ sachant que $BD = \sqrt{2}$?	$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG} = 1$, orthogonalement sur (BC) en C : Comme H se projette orthogonalement en D sur (BD) : $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{BD} = BD^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$.
Dans l'espace, l'équation cartésienne $2x - 3y + 5 = 0$ est-elle celle d'un plan ou d'une droite ?	$\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$. C'est l'équation d'un plan dont un vecteur normal a pour coordonnées
Le projeté orthogonal d'un point sur le plan $\mathcal{P}$ d'équation $x + 2y - 1 = 0$ est situé sur une droite $\mathcal{D}$. Comment trouver un de ses vecteurs directeurs ?	$\vec{n}(1; 2; 0)$ La droite $\mathcal{D}$ étant orthogonale à $\mathcal{P}$, un vecteur normal à $\mathcal{P}$ est un de ses vecteurs directeurs. On peut choisir



Équation cartésienne d'un plan contenant A,B,C non alignés

Première méthode

Le plan a pour équation
 $ax + by + cz + d = 0$.

Les coordonnées de chaque point
vérifient l'équation.

Résoudre le système
de trois équations
aux trois inconnues a, b, c .

On trouve a, b, c en fonction
de d : infinité d'équations
cartésiennes.

On peut donner à d la valeur
que l'on veut $\neq 0$.

Deuxième méthode

Chercher un vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$
orthogonal à $\overline{AB}$ et $\overline{AC}$:
 $\vec{n} \cdot \overline{AB} = 0$ et $\vec{n} \cdot \overline{AC} = 0$.

Résoudre le système
de deux équations
aux trois inconnues a, b, c .

On trouve a et b en fonction
de c . Le plan a pour équation
 $ax + by + cz + d = 0$.

Exprimer que les coordonnées
d'un des points vérifient
l'équation. On trouve d
en fonction de c .

On peut donner à c la valeur
que l'on veut $\neq 0$.

FICHES Spécial Bac

La collection conçue par les correcteurs du Bac

T^{le}



61 fiches détachables
pour réussir !

Maths T^{le}

Spécialité + Maths expertes

- Des **synthèses de cours** pour retenir l'essentiel
- Des **mémos visuels** et des **schémas-bilans**
- Des **exercices commentés** pas à pas
- Des **quiz de mémorisation active**
- La **méthode** pour réussir le **Grand Oral**

Dans la même collection :



5,90 €

978-2-210-76529-0



Compléments gratuits sur :
www.specialbac.magnard.fr



9 782210 765290